

Inleveropgaves: klad en net. College infinitesimaalrekening A

Bij het inleveren van een opgave komt het niet alleen aan op het idee achter de opgave, maar ook op duidelijke formulering. Om een voorbeeld te geven behandelen we hier een makkelijke opgave: in de trant van boek p. 44 exercise 9 maar net iets anders. Vind alle wortels van $x^6 - 6x^4 + 11x^2 - 6 = 0$ en ontbind de veelterm $x^6 - 6x^4 + 11x^2 - 6$ in factoren.

Hier volgt eerst een mogelijke kladuitwerking die je niet moet inleveren.

$$\begin{aligned}x^6 - 6x^4 + 11x^2 - 6 &= 0, \\y = x^2 \rightarrow y^3 - 6y^2 + 11y - 6 &= 0. \\y = 1 \text{ klopt, } 1 - 6 + 11 - 6 &= 0. \\y^3 - 6y^2 + 11y - 6 & \quad y - 1 \\y^3 - y^2 & \quad \quad y^2 \\-5y^2 + 11y - 6 & \\-5y^2 + 5y & \quad -5y \\6y - 6 & \\6y - 6 & \quad 6 \\0 & \end{aligned}$$
$$\begin{aligned}y^2 - 5y + 6 = 0 \rightarrow y = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 24}}{2} &\Rightarrow y = \frac{5+1}{2} = 3 \vee y = \frac{5-1}{2} = 2 \\y = x^2. (y - 1)(y - 2)(y - 3) &\iff \\(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}). &\end{aligned}$$

Om hiervan een goede uitwerking van een inleveropgave te maken, moet je:

- Het probleem uitleggen, en alle notatie (zoals x , y) in woorden introduceren
- Alle logische tekens zoals \iff , \rightarrow , \vee , \wedge weglaten. Deze mogen niet gebruikt worden als afkortingen van woorden in zinnen.
- Formules volledig en juist opschrijven. Elke formule (behalve in de deling zelf) door een woord laten voorafgaan, en alle redeneringen en relaties tussen formules in woorden uitleggen.

Zie ommezijde voor een uitwerking die wel punten oplevert!

Uitwerking die kan worden ingeleverd

“We willen alle reële getallen x vinden zodat $x^6 - 6x^4 + 11x^2 - 6 = 0$, en dit polynoom in factoren ontbinden.

Als we eerst $y = x^2$ stellen en invullen komt er $y^3 - 6y^2 + 11y - 6 = 0$ (1).

We gaan daarom alle getallen y zoeken die aan formule (1) voldoen.

Als we $y = 1$ invullen wordt aan formule (1) voldaan want $1 - 6 + 11 - 6 = 0$.

We delen daarom het polynoom $y^3 - 6y^2 + 11y - 6$ door $y - 1$. De berekening is als volgt:

$$\begin{array}{r} y^3 - 6y^2 + 11y - 6 \quad y - 1 \\ y^3 - y^2 \qquad \qquad y^2 \\ \hline -5y^2 + 11y - 6 \\ -5y^2 + 5y \qquad -5y \\ \hline 6y - 6 \\ 6y - 6 \quad 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

Het quotiënt is

$y^2 - 5y + 6$, en als we dit nul stellen vinden we $y = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 24}}{2}$, dus $y = \frac{5+1}{2} = 3$, en $y = \frac{5-1}{2} = 2$. We hebben nu in totaal drie wortels $y = 1, 2, 3$ gevonden en concluderen dat $y^3 - 6y^2 + 11y - 6 = (y - 1)(y - 2)(y - 3)$.

Omdat we $y = x^2$ hadden gesteld zijn de wortels x daarom $\pm 1, \pm \sqrt{2}, \pm \sqrt{3}$ en we vinden $x^6 - 6x^4 + 11x^2 - 6 = 0 = (x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$.”

Inleveropgaven moeten op papier worden ingeleverd (niet per email!) in de werkcollegezaal, voor het verstrijken van de deadline. Dus niet inleveren bij de docent en ook niet in een postvak.