

Aansluiting VWO – WO en Wiskunde D

Steven Wepster

Departement Wiskunde
Universiteit Utrecht

D-dag 2013

Wie ben ik?

- ▶ lang geleden: een jaartje wi aan onderbouw
- ▶ nu: UD (geschiedenis van de) wiskunde, Utrecht
- ▶ Betasteunpunt Utrecht, nu VSP Utrecht
- ▶ veel steunvakonderwijs: na, sk, inf, nwi, bio

Doel van deze workshop:
ervaringen uitwisselen mbt aansluiting

Casus: WT1 voor Na

Het eerste halfjaar van studie natuurkunde bestaat voor 75% uit wiskunde:

- ▶ Mechanica en Relativiteitstheorie
- ▶ **WT1: Wiskundige Technieken 1**
- ▶ **WT2: Wiskundige Technieken 2**
- ▶ Data

Technieken dus geen bewijzen, geen ϵ - δ , wel inzicht

Format WT1

- ▶ 3× per week 2 uur hoorcollege
- ▶ 3× per week 2 uur werkcollege
- ▶ 8 weken, gevolgd door tentamen
- ▶ opbrengst $7\frac{1}{2}$ ECTS \approx 210 uur nominaal
- ▶ dwz: 50% thuis/zelf
- ▶ eindresultaat 100% = tentamen 85% + inleveropgaven 15%

Format WT1

- ▶ 3× per week 2 uur hoorcollege
- ▶ 3× per week 2 uur werkcollege
- ▶ 8 weken, gevolgd door tentamen
- ▶ opbrengst $7\frac{1}{2}$ ECTS \approx 210 uur nominaal
- ▶ dwz: 50% thuis/zelf
- ▶ eindresultaat 100% = tentamen 85% + inleveropgaven 15%

Resultaten

- ▶ 100+ starters
- ▶ 81 tentamen, 42 geslaagd
- ▶ 29 hertentamen, 14 geslaagd

Inhoud WT1

- ▶ vectoren in \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 ; inproduct
- ▶ basiskennis (inverse) elementaire functies
- ▶ \mathbb{C} , complexe e-macht en verband met gonio*
- ▶ poolcoördinaten
- ▶ limieten, (continuïteit)
- ▶ diff (incl. hogere orde en logaritmisch)
- ▶ lineariseren, Taylor
- ▶ functie-onderzoek*
- ▶ impliciete functies
- ▶ Σ -notatie
- ▶ integreren
- ▶ technieken: substitutie, partieel, breuksplitsen
- ▶ oneigenlijke integralen $\int_0^\infty 1/x^2 dx$
- ▶ toepassen: booglengte, zwaartepunt, arbeid etc
- ▶ inleiding diff.vgl.
- ▶ harmonische oscillator met demping en aandrijving

WT2 in een notendop

- ▶ beetje lineaire algebra: matrices, det
- ▶ diff en int in meer dim
- ▶ vectorvelden
- ▶ integraalstellingen Gauss, Green, Stokes

Verschillen VWO – WO

- ▶ hoog tempo, veel stof, meer diepgang
- ▶ Engels boek
- ▶ grotere zelfstandigheid verwacht
- ▶ geen (G)RM of formuleblad
- ▶ “nomenclatuur”-conventies vervallen
- ▶ minder contexten
- ▶ hogere eisen aan leesbaarheid van uitwerking

Alternatieven voor GRM en formuleblad

1. functieonderzoek
2. zelf kunnen afleiden van gonio som- en verschilformules

Functieonderzoek

Onderzoek en schets een gegeven functie f . Protocol:

- ▶ domein
- ▶ snijpt met assen
- ▶ extremen
- ▶ buigpunten
- ▶ (lim-)gedrag bij randen, gaten en $\pm\infty$
- ▶ tekenverloop f, f', f''
- ▶ en ten slotte: schets de grafiek

Metadoel:

informatie verzamelen, beoordelen en verwerken!

Gonioformules

Na invoeren van $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ kun je dit als volgt toepassen:

$$e^{i(x+y)} = \cos(x+y) + i \sin(x+y)$$

en ook

$$e^{ix} e^{iy} = (\cos x + i \sin x)(\cos y + i \sin y)$$

Re en Im delen van beide uitdrukkingen aan elkaar gelijk stellen geeft:

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\sin(x+y) = \cos x \sin y + \sin x \cos y$$

Een variant op het kunstje zit gegarandeerd in het tentamen.

Rol en betekenis van Wiskunde D

Leerlingen met wis-D hebben

- ▶ meer tijd aan sommen besteed
- ▶ meer onderwerpen gezien (\mathbb{C} , lial, dv)
- ▶ wiskunde op een andere manier gezien
- ▶ ... en liggen een straatlengte voor!

Observaties

Waar zitten de aansluitingsproblemen?

- ▶ werkhouding, tijd investeren
- ▶ kennis is niet geïntegreerd
- ▶ reflectie: wat doe ik? wat betekent dit resultaat?
- ▶ neiging tot “doormodderen tot de dood erop volgt”
- ▶ algebraïsche vaardigheden

Tien geboden

1. Wiskunde is niet goddelijk, en gij hoeft haar niet te aanbidden: maar gij zult wel dagelijks oefenen.
2. Ken uw sterkten en uw zwakheden, opdat gij geen vals beeld van uw capaciteiten zult maken.
3. Misbruik de algebraïsche vaardigheden niet, maar beheers ze tot in de puntjes.
4. Houd uw rust in ere: vermijd ingewikkelde berekeningen als er een korte, simpele weg is.
5. Eer uw symbolen en formules: behandel ze met zorg en aandacht, begrijp hun betekenis en laat ze niet wegglijpen.
6. Keer op uw schreden terug als u door de bomen het bos niet meer ziet. Waarschijnlijk hebt gij eerder iets over het hoofd gezien.
7. Deel niet door nul: wees op uw hoede, het onding houdt zich verborgen en kruipt onder de deelstreep als gij even afgeleid bent.
8. Raak niet in paniek, maar identificeer het gevaar en neutraliseer het.
9. Wantrouw uw antwoorden totdat zij zich bewezen hebben.
10. Begeer pas de volgende opgave nadat u de huidige overziet: wat werd er gevraagd, wat leek u moeilijk, en hoe hebt gij overwonnen.

Aan de slag 1

Opgaven uit een entree-toets (begin sept.)

Wat denkt u dat er mis zou gaan?

1. Los op: $(3 - x)(x^2 + 2) = (3 - x)(6x - 6)$
2. Los op $2 \cos^2 x - \cos x = 0$ op het interval $0 \leq x \leq 2\pi$.
3. De functie f is gedefinieerd voor alle x . Er geldt: $f'(1) = 2$ en $f'(5) = -1$. Verder is $g(x) = f(x - 2)$; dan $g'(3) =$
(a) 2, (b) -1 , (c) -3 , (d) dat kun je niet weten.

Uit een tentamen WT1

Wat gaat hier mis?

Het 4e-orde Taylorpolynoom van $\log(1 + x)$ met steunpunt 0 is

$$x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4.$$

- (4pt) Ga dat na met de Taylorformule en geef een uitdrukking voor de restterm (Lagrange remainder).
- (4pt) Maak hiermee een (rationale) benadering van $\log \frac{1}{2}$.

Excerpts uit van tentamenopgaven

Wat gaat hier mis?

1. Onderzoek de functie $f(x) = \log \frac{2x}{(x-4)^2}$ en schets de grafiek (geen scheve of kromme asymptoten onderzoeken).
2. Leid de verdubbelingsformules af voor $\cos(2x)$ en $\sin(2x)$ met behulp van de complexe e -macht.
3. We definiëren voor $x \geq 1$ de functie $g(x) = \sqrt{x} - \log x$. Bepaal alle extremen van $g(x)$ en laat zien dat $g(x) > 0$ voor $x \geq 1$.
4. We beschouwen voor $x \geq 1$ de functie $f(x) = x^2 e^{-x^2}$. Laat zien (voor $x \geq 1$) dat f dalend is en dat $0 < f(x) < 1$. Leid hieruit af dat $0 < e^{-x^2} < 1/x^2$.