

Newton's argument dat de maan aan dezelfde zwaartekracht is onderworpen als objecten aan het aardoppervlak

Het volgende is een verkorte weergave van Principia Boek III Propositie IV.

Laten we aannemen dat de gemiddelde afstand van de maan 60 keer de aardstraal is, en dat een omwenteling van de maan om de aarde (ten opzichte van de vaste sterren) 27 dagen, 7 uren en 43 minuten duurt, zoals de astronomen hebben vastgesteld, en bovendien dat de omtrek van de aarde 123 249 600 Parijse voeten is, volgens de metingen die de Fransen hebben gedaan.

Stel je nu voor dat we de maan zijn (baan)snelheid ontnemen en dat we hem naar de aarde laten vallen met precies die middelpuntzoekende kracht die hem normaal in zijn baan houdt. In één minuut zal hij dan al vallende $15\frac{1}{12}$ Parijse voet afleggen. Immers de *verkeerde sinus*¹ van de boog die de maan zou beschrijven in één minuut tijd met zijn gemiddelde beweging op een afstand van 60 aardstralen is ruwweg $15\frac{1}{12}$ Parijse voeten, of preciezer 15 voeten, 1 duim en $1\frac{4}{9}$ strepen².

Aangezien dichter bij de aarde die kracht toeneemt omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand, en dus bij het aardoppervlak 60×60 keer groter is dan bij de maan, zou een lichaam in onze omgeving dat valt onder invloed van diezelfde kracht in één minuut $60 \times 60 \times 15\frac{1}{12}$ Parijse voeten moeten afleggen. Dat is per seconde $15\frac{1}{12}$ Parijse voeten, of preciezer 15 voeten, 1 duim en $1\frac{4}{9}$ strepen.

Dat is inderdaad precies de kracht waarmee zware voorwerpen naar de aarde dalen. Immers een slinger die seconden slaat op de breedtegraad van Parijs heeft een lengte van 3 Parijse voeten en $8\frac{1}{2}$ strepen, zoals Huygens heeft waargenomen. En de hoogte waarover een zwaar voorwerp valt in één seconde staat tot de halve slingerlengte als het kwadraat van de verhouding van de omtrek tot de diameter van een cirkel, dat is dus $15\frac{1}{9}$ Parijse voeten, 1 duim en $1\frac{7}{9}$ streep.

En zo blijkt de kracht waardoor de maan in zijn baan wordt gehouden, als je je verplaatst van de maanbaan naar het aardoppervlak, overeen te komen met de kracht van gravitatie hier op aarde, en daarom is het (volgens regels 1 en 2)³ precies diezelfde kracht die we gewoonlijk gravitatie noemen.

¹De verkeerde sinus of *versinus* was het lijnstuk dat van de straal van een cirkel overblijft als je het lijnstuk van de *cosinus* er vanaf haalt; modern $R \text{ vers}(x) = R(1 - \cos(x))$, met R de straal van de cirkel en x een hoek.

²1 Parijse voet is 12 Parijse duim, 1 duim is 27.069mm, 1 streep is $\frac{1}{12}$ duim.

³Newton begint Boek III met vier “Regels voor de bestudering van de filosofie van de natuur”. Regel 1 en 2 luiden, vrijelijk weergegeven: “niet meer oorzaken van natuurlijke dingen mogen worden toegelaten dan nodig om de verschijnselen te verkaren” en (daaruit volgend) “gelijksoortige verschijnselen moeten zo veel als mogelijk toegeschreven worden aan gelijke oorzaken”.

Vragen

- Geef kort in eigen woorden en met een figuur Newtons argument weer, zonder gebruik van numerieke gegevens.
- Controleer de berekening van de valafstand van de maan (uit afstand en omlooptijd).
- Controleer de berekening van de valafstand van voorwerpen op aarde (uit de slingergegevens).
- Ga na welke waarde (in SI-eenheden) van de zwaartekrachtversnelling blijkt uit Huygens' gegevens en vergelijk met een moderne waarde.