

Opdracht: geschiedenis “doen”

Deze opdracht mag in tweetallen worden uitgevoerd en ingeleverd. Doel is dat je je verdiept in de fundamentele moeilijkheden die optreden bij het weergeven van historische bronnen; doel is *niet* dat je daar de “juiste” keuzes in maakt (welke dat dan ook zouden moeten zijn). Je moet wel je keuzes kunnen verantwoorden.

Op de website staan links naar twee artikelen, van Viktor Blåsjø en Michael Fried, over mogelijke doelen en middelen van geschiedenis van de wiskunde.

Hieronder staan enkele Griekse tekstfragmenten van Euclides en Diophantus (vertalingen: Jan Hogendijk en Steven Wepster).

Opdracht 1 Lees de artikelen op de site en vat in weinig zinnen de twee verschillende standpunten van de auteurs samen.

Los van de opdracht: bedenk hoe ze zich verhouden tot wat jij zelf vindt van het vakgebied. Dit hoeft dus niet in je uitwerking te komen maar je hebt het wel nodig bij de derde opdracht.

Opdracht 2 Bespreek de twee vertaalde tekstfragmenten hieronder. Hierbij moet je in ieder geval de wiskundige inhoud goed en begrijpelijk weergeven, en aandacht geven aan verschillen in denk/werkwijze t.o.v. de twee schrijvers onderling en t.o.v. moderne wiskunde.

Opdracht 3 Vergelijk de manier waarop je zelf de tweede opdracht hebt uitgevoerd met de standpunten in de twee artikelen.

Eerst twee definities uit Elementen Boek 7:

- Wanneer twee getallen met elkaar vermenigvuldigd zijn en zo een nieuw getal vormen, dan heet dit getal *vlak*, en de *zijden* ervan zijn de twee getallen die met elkaar vermenigvuldigd zijn.
- *Gelijkvormig vlakke* getallen zijn die waarvan de zijden proportioneel zijn (d.w.z.: dezelfde verhouding hebben).

Euclides, *Elementen*, Boek 10, Prop. 28, Lemma 1 Te vinden: twee vierkante getallen, zodat ook het uit hen samengestelde (getal) vierkant is.

$$A \quad \Delta \quad \Gamma \quad B$$

Laat gegeven zijn de twee getallen AB , $B\Gamma$, en laten ze allebei hetzij even, hetzij oneven zijn. En omdat, als van een even (getal) een even (getal) afgetrokken wordt, of van een oneven (getal) een oneven (getal), de rest even

is,¹ is de rest AF even. Laat AF in tweeën gesneden worden in Δ . En laten de (getallen) AB , $B\Gamma$ ook hetzij gelijkvormige vlakke (getallen) zijn, hetzij vierkanten, die ook gelijkvormige vlakke (getallen) zijn. Nu is de (rechthoek) uit AB , $B\Gamma$ samen met het vierkant van $\Gamma\Delta$ gelijk aan het vierkant van $B\Delta$.² En vierkant is de (rechthoek) van AB , $B\Gamma$, omdat bewezen is dat als twee gelijkvormige vlakke getallen met elkaar vermenigvuldigd een of ander (getal) voortbrengen, het resultaat een vierkant is.³ Nu zijn twee vierkante getallen gevonden, namelijk de (rechthoek) uit AB , $B\Gamma$ en het (vierkant) van $\Gamma\Delta$, die, als ze worden samengesteld, het vierkant van $B\Delta$ maken.

Diophantus: *Arithmetica*, Boek 2 Prop. 8 Een opgegeven vierkant in twee vierkanten te verdelen.

Laat dus opgegeven zijn, 16 in twee vierkanten te verdelen.

Laat het 1e getal (gelijk) gesteld zijn (aan) 1 vierkant (van het *getal*). Dan is het andere getal 16 eenheden minus 1 vierkant (van het *getal*). Dus moet 16 eenheden minus 1 vierkant (van het *getal*) gelijk zijn aan een vierkant.

Ik vorm het vierkant van een willekeurig aantal *getallen* min zoveel eenheden als er de zijde (d.w.z. wortel) van 16 eenheden is. Laat dit 2 *getallen* minus 4 eenheden zijn. Het vierkant zelf is dus 4 vierkanten van *getallen* plus 16 eenheden min 16 *getallen*. Dit is gelijk aan 16 eenheden minus 1 vierkant van het *getal*. Laten we de missende termen aan beide kanten aanvullen, en gelijkvormige termen van gelijkvormige termen (aftrekken). Dus zijn 5 vierkanten van het *getal* gelijk aan 16 *getallen*, en het *getal* wordt 16 vijfden. Dus is het ene (getal) $256/25$ en het andere $144/25$, en deze twee samengesteld maken $400/25$, dat is 16 eenheden, en elk van beiden is een vierkant.⁴

¹Dit is bewezen in Boek 9, Propositiones 24, 26.

²Dit is bewezen in Boek 2, Propositie 6.

³Dit is bewezen in Boek 9, prop. 1.

⁴Een dertiende eeuws handschrift van de *Arithmetica* bevat de volgende opmerking in de marge: “De duivel hebbe de ziel van jou, Diophantus, vanwege de moeilijkheid van je andere stellingen en vooral van deze stelling.” Pierre de Fermat (1601–1665) schreef hier in de marge van de editie van de *Arithmetica* van Diophantus van Bachet (1581–1638): “Aan de andere kant is het onmogelijk dat een kubus als de som van twee kubussen geschreven kan worden, of een vierde macht als de som van twee vierde machten, of in het algemeen, dat een hogere macht dan de tweede geschreven kan worden als de som van twee zulke machten. Ik heb een echt prachtig bewijs van deze propositie gevonden, maar deze marge is te klein is om het te bevatten.”