

Divergenzstellung (Gauss)

Vraag 1

$$\operatorname{div} \mathbf{F} = 21$$

Zij Q_i de flux van het vectorveld $\mathbf{F} = (5x + 7y, 7y + 9z, 9z + 11x)$ door elk van de oppervlakken S_i met

$$Q_i = 21 \iiint_{S_i} dV = 21 \operatorname{Vol}(S_i)$$

S_1 sfeer met straal 2 om de oorsprong

S_2 kubus met zijde 2, ribben evenwijdig aan assen

S_3 sfeer met straal 1 om de oorsprong

S_4 pyramide (tetraeder) met alle 4 hoekpunten op S_3

Geldt er dat $Q_1 > Q_2 > Q_3 > Q_4$?

- Ja! 
- Nee!
- Ik heb geen idee
- Ik weet niet of ik geen idee heb

Vraag b

Zij Q_i de flux van het vectorveld \mathbf{F}_i door de eenheidssfeer om de oorsprong, met

$$\mathbf{F}_1 = x^3\hat{\mathbf{i}} + e^x\hat{\mathbf{j}} + y^3\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{F}_2 = (y + z^3)\hat{\mathbf{i}} - y^3\hat{\mathbf{j}} + (xy)^3\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{F}_3 = z\hat{\mathbf{i}} - (z^2 + z^2)\hat{\mathbf{j}} + (z^3 + zy^2)\hat{\mathbf{k}}$$

$$\mathbf{F}_4 = (x^4 - y^4)\hat{\mathbf{i}} + (z^4 - 2x^3y)\hat{\mathbf{j}} + (y^4 - 2x^3z)\hat{\mathbf{k}}$$

$$\text{div } \mathbf{F}_1 = 3x^2$$

$$\text{div } \mathbf{F}_2 = -3y^2$$

$$\text{div } \mathbf{F}_3 = 3z^2 + y^2$$

$$\text{div } \mathbf{F}_4 = 0$$

$$Q_1 = \iiint_B 3x^2 dV$$

etc.

$$Q_2 < 0$$

$$Q_4 = 0$$

Geldt er dat $Q_1 > Q_2 > Q_3 > Q_4$?

- Ja!
- Nee! \mathcal{R}
- Ik heb geen idee
- Ik weet niet of ik geen idee heb

$$\vec{F} = x \hat{i} \quad \text{div } \vec{F} = 1 > 0$$

$$\mathcal{V} = \text{bol in } (10, 0, 0) \text{ straal } 1$$

Waar of niet waar?

↳ 1. Als $\text{div } \vec{F} > 0$ overall in een begrensde gebied \mathcal{V} , dan wijst \vec{F} in alle punten van $\partial\mathcal{V}$ naar buiten.

2. Als $\iint_{\partial\mathcal{V}} \vec{F} \cdot d\vec{S} > 0$, dan is $\text{div } \vec{F} > 0$ in tenminste één punt van \mathcal{V} .

in $(9, 0, 0)$ wijst het veld naar rechts, de bol in.

- beide zijn waar
- 1 is waar, 2 niet
- 2 is waar, 1 niet
- beide zijn niet waar

$$\iint_{\partial\mathcal{V}} \vec{F} \cdot d\vec{S} > 0 \quad \text{dus ergens moet } \text{div } \vec{F} > 0$$