

Hertentamen WISN101 Wiskundige Technieken
Do 2 jan 2014 09:00 – 12:00

Aanwijzingen

- Motiveer alle antwoorden.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- De volgorde waarin je de opgaven maakt is vrij.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Gebruik van elektronica of naslagwerken is niet toegestaan.
- Met log wordt in dit tentamen de natuurlijke logaritme bedoeld.
- **Let op je tijd!** Totaal 66 punten.

1. (a. 4pt, b. 4pt.)

- a. Druk z^3 en $\frac{1}{z}$ uit in rechthoeknotatie, als $z = a + bi$.
- b. Druk $\sin(3x)$ en $\cos(3x)$ uit in $\sin x$ en $\cos x$ met behulp van complexe e-machten.

2. (4pt)

De functie f is continu in $x = 1$, en voor $x \neq 1$ is f gegeven door
 $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{2x^3 + 5x - 7}$. Bereken $f(1)$.

3. (6pt)

Laat middels een geschikt Taylorpolynoom van $\log \frac{1+x}{1-x}$ zien dat
 $\log 2 \approx \frac{56}{81}$. Denk na, Tayloren kan hier naar keuze met veel of weinig werk.

4. (4pt)

Bepaal de afgeleide van $f(x) = \int_0^x e^{-t^2/2} dt$.

Z.O.Z.

5. (a. 4pt, b. 4pt, c. 4pt)

Bereken de volgende primitieven.

a. $\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx$

b. $\int \frac{x \log(1 + x^2)}{1 + x^2} \, dx$

c. $\int x \arctan \frac{x}{3} \, dx$

6. (4pt, 4pt)

a. Zij $a > 0$ gegeven. Bepaal $\int_{-a}^a \frac{x}{1 + e^{-x^4}} \, dx$.

b. Onderzoek of $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1 + e^{-x^4}} \, dx$ bestaat.

7. (a. 4pt, b. 4pt)

We bekijken de kromme met vergelijking $y^2 = (1 + x)^2(1 - x)$. Deze kromme maakt een lus en snijdt de x -as drie keer in twee verschillende punten.

a. Gebruik impliciet differentiëren om de helling (of richtingscoëfficiënt) van de kromme in de snijpunten met de y -as te bepalen.

b. Bereken de oppervlakte van de lus.

NB de onderdelen a en b zijn onafhankelijk te maken.

8. (6pt)

Geef met behulp van scheiding van variabelen alle oplossingen $y = f(x)$ van de differentiaalvergelijking $y + 2xy' = xy$.

9. (10pt)

Onderzoek de functie $f(x) = e^{1/(2x^2-x)}$ en schets de grafiek. NB: Onderzoek naar buigpunten mag je overslaan.