

Hertentamen WISN101 Wiskundige Technieken
Do 3 jan 2013 09:00 – 12:00

Aanwijzingen

- Motiveer alle antwoorden.
- Werk rustig, netjes en duidelijk. Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Gebruik van electronica of naslagwerken is niet toegestaan.
- **Let op je tijd!** Totaal 54 punten.

· ◁ ◦ ((({ Succes! }))) ◦ ▷ ·

1. (4pt) Leid de verdubbelingsformules af voor $\cos(2x)$ en $\sin(2x)$ met behulp van de complexe e-macht.
2. (4pt) Bepaal alle (complexe) oplossingen van $z^2(z^2 - 1) = -1$; geef antwoord(en) naar keuze in cartesische of poolnotatie.
3.
 - a. (4pt) Stel het 3e-orde Taylorpolynoom van $\sqrt{1+x}$ met steunpunt 0 op en bereken daarmee een (rationale) benadering van $\sqrt{2}$.
 - b. (2pt) Laat zien dat de benaderingsfout kleiner dan $\frac{1}{25}$ is.
4. (10pt) Onderzoek de functie $f(x) = (1 - \frac{1}{x})e^{-1/x}$ en schets de grafiek. Let goed op limieten!
5. Bereken de volgende integralen.
 - a. (4pt) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} (\sin x + \cos x)^2 dx$
 - b. (4pt) $\int_1^{12} \frac{dx}{(4+x)\sqrt{x}}$

Z O Z

6. (4pt) Zij $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\log(1-x)}{x^2}$ waar dat zinvol is, en $f(0) = f(1) = 0$. Onderzoek of f (evt. links- of rechts-)continu is in 0 en in 1.

7. (4pt) Een parabolische schotelantenne, verkregen door wenteling van een deel van de grafiek van $y = ax^2$ om de y -as, heeft een grootste doorsnede van $2r$ op de rand. Bereken de oppervlakte van de antenne.

8. (6pt) We beschouwen voor $x \geq 1$ de functie $f(x) = x^2 e^{-x^2}$. Laat zien (voor $x \geq 1$) dat f dalend is en dat $0 < f(x) < 1$. Leid hieruit af dat $0 < e^{-x^2} < 1/x^2$ en toon aan dat $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ convergent is.

9. Een voorwerp valt vertikaal en ondervindt luchtweerstand; we modelleren de valsnelheid v als een beginwaardeprobleem $m \frac{dv}{dt} = mg - kv$ met beginsnelheid $v(0) = 0$, hierin is m massa, g zwaartekrachtversnelling, k wrijvingscoëfficiënt.

- a. (4pt) Beredeneer rechtstreeks uit het beginwaardeprobleem hoe groot de valsnelheid maximaal kan worden.
- b. (4pt) Los het beginwaardeprobleem op.